

## 《线性代数》课程课程标准（专本连读 3+2）

课程代码：15000105

学时：34 学时                      学分：2 分

适用对象：理工类各专业（专本连读 3+2）

先修课程：初等数学

考核要求：闭卷

使用教材及主要参考书：

同济大学数学系主编，《线性代数》，高等教育出版社，2007 年

戴斌祥主编，《线性代数》，北京邮电大学出版社，2009 年

### 一、课程的性质和任务

线性代数是理工科院校各专业教学计划中的一门基础理论课，它是研究有限维线性空间理论的一门学科，内容丰富。由于线性问题广泛存在于科学技术的各个领域，某些非线性问题在一定条件下可以转化为线性问题，因此本课程所介绍的理论与方法广泛地应用于各个学科，尤其在计算机应用日益普及的今天，该课程的地位与作用显得重要。通过教学，要使学生掌握该课程的基本理论与基本方法，培养分析和解决问题的能力，并为学习各专业后续课程提供基本的数学工具，扩大数学知识面奠定必要的数学基础。

### 二、教学目的与要求

线性代数是讨论有限维空间线性理论的一门学科，它的理论和问题的处理方法是许多非线性问题处理方法的基础，且广泛地应用于各学科专业的领域中。本课程以线性方程组解的讨论为核心内容，介绍行列式、矩阵理论、向量的线性相关性、线性方程组、二次型的理论及其有关知识。通过本课程的教学，使学生掌握线性代数的基本概念，了解其基本理论和方法，从而使学生初步掌握线性代数的基本思想和方法，具有比较熟练的运算能力、一定的逻辑推理能力和抽象思维能力，培养学生运用线性代数的方法分析和解决实际问题的能力。

### 三、学时分配

章节	课程内容	学时
1	$n$ 阶行列式	6
2	矩阵	10
3	$n$ 维向量与向量空间	6
4	线性方程组	6
5	矩阵的特征值与二次型	6

#### 四、教学中应注意的问题

《线性代数》是一门高度抽象数学课程，在教学过程中应以启发式讲授为主，要着力培养学生抽象思维能力，要使学生丢弃三维直观空间的习惯束缚，逐步建立  $n$  维空间的概念；还要着力培养学生的科学计算能力，使学生熟练掌握教材中所给出的各种解题的一般方法。

在教学中，应注意我校学生的实际，不过分追求学科的数学性、完整性，比如可适当弱化定理性质的抽象证明、弱化各种解题技巧、适当删减实用性较差的内容。

#### 五、教学内容及教学大纲要求

##### 第一章、行列式

##### 1. 基本内容

- 1.1 全排列及逆序数
- 1.2  $n$  阶行列式的定义
- 1.3 对换
- 1.4 行列式的性质
- 1.5 行列式按行（列）展开
- 1.6 克拉默（Cramer）法则

##### 2. 教学基本要求：

(1)理解  $n$  阶行列式的定义，能运用定义计算具有特殊形状的  $n$  阶行列式；

(2)理解并熟练掌握  $n$  阶行列式的基本性质，能熟练运用化三角形法计算纯数字行列式和简单的字母行列式；

(3)理解并熟练掌握  $n$  阶行列式的一行一列展开公式，能熟练运用依一行（列）展开法计算纯数字行列式和稍复杂些的字母行列式；

(4)掌握 Gramer 法则的条件、结论，能熟练运用它求解特殊的  $n$  元线性方程组。

##### 3. 教学重点难点：

教学重点：行列式、子式、余子式、代数余子式定义、行列式性质、计算、克莱姆法则的应用。

教学难点：行列式各种计算方法及应用、克莱姆法则的应用。

##### 4. 教学建议：

对二元方程组的解法做复习性的总结，行列式的定义做叙述性说明，重点讲解行列式的性质和运算。熟练掌握克莱姆法则，以便和后续内容的方程组解法作比较。

##### 第二章、矩阵

## 1. 基本内容

### 2.1 矩阵的定义

### 2.2 矩阵的运算

### 2.3 矩阵的性质

### 2.4 逆矩阵

### 2.5 矩阵的初等变换

### 2.6 矩阵的秩

## 2. 教学基本要求:

(1)了解矩阵概念;

(2)掌握矩阵的基本运算及其相应性质,对矩阵乘法及其特殊性质更要在理解的基础上熟练掌握,并能熟练地进行矩阵的这些基本运算;

(3)熟练掌握一些特殊的矩阵,如:单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵的形状及其基本性质;熟练掌握取方阵行列式的方法及其运算法则;

(4)理解逆矩阵的概念,会判定一个矩阵是否可逆,并能熟练运用伴随矩阵法求一个可逆矩阵的逆矩阵;

\* (5)了解分块矩阵的基本知识,其中应着重于矩阵乘法及其分块规则的理解和掌握;

(6)掌握矩阵的初等变换及其表示方法,理解矩阵等价的概念,能熟练运用矩阵的初等变换化简矩阵;掌握矩阵初等变换与初等矩阵的关系,能熟练进行初等变换与初等矩阵的转换,并能熟练运用初等变换法求一个矩阵的逆矩阵;

(7)掌握矩阵的秩的概念,能熟练运用初等变换化行阶梯形法求一个矩阵的秩。

## 3. 教学重点难点:

教学重点:矩阵的定义、运算、逆矩阵定义与求法、初等变换与初等阵的定义以及初等变换与初等阵的相互关系、矩阵的初等变换法。

教学难点:矩阵的乘积、逆矩阵求法、矩阵的初等阵乘积表示、矩阵的初等变换法。

## 4. 教学建议:

强调矩阵运算的条件,重点讲解矩阵的运算(包括求逆)及矩阵的秩。

## 第三章、 $n$ 维向量

1. 基本内容
  - 3.1  $n$ 维向量及其线性运算
  - 3.2 向量组及其线性组合
  - 3.3 向量组的线性相关与线性无关
  - 3.4 向量组的线性相关性的判定
  - 3.5 向量组的秩
  - 3.6 向量空间
  - 3.7 向量空间的基、维数、坐标

## 2. 教学基本要求:

(1)了解向量与向量组的概念;

(2)理解向量组线性组合、线性表出、线性相关及线性无关的概念,能熟练运用向量组线性相关性判定的一般方法——讨论其对应的齐次线性方程组有无非零解的方法来讨论一个向量组是否线性相关;

(3)理解掌握向量组秩的概念,能熟练运用矩阵的初等变换法求一个向量组的秩及其的一个极大线性无关组;

(4)了解线性空间、线性子空间、基底、维数、坐标等概念;知道基变换公式和坐标变换公式,会求过渡矩阵;了解线性变换的概念及其矩阵表示。

## 3. 教学重点难点:

教学重点:向量的定义、线性关系的判断、极大无关组、秩的求法、向量空间定义、向量空间基的求法、生成子空间的求法。

教学难点:向量的线性组合、判别线性关系的方法、极大无关组的求法、秩的求法、向量空间基的求法、生成子空间的求法。

## 4. 教学建议:

明确判断向量组相关性的等价命题。向量组的秩可由矩阵的秩的求法求出。

## 第四章、线性方程组

1. 基本内容
  - 4.1 基本概念
  - 4.2 非齐次线性方程组有解的充要条件
  - 4.3 线性方程组解的结构
  - 4.4 利用矩阵的初等变换解线性方程组
2. 教学基本要求:

(1)理解线性方程组解的概念，能熟练运用求线性方程组解的一般方法，对线性方程组是否有解、有解时有多少解及有解时具体求解进行讨论；

(2)掌握齐次线性方程组解的结构；熟练掌握求齐次线性方程组的一个基础解系的一般方法，会通过求一个基础解系的方法求齐次线性方程组的全部解；

(3)掌握非齐次线性方程组解的结构；熟练掌握求非齐次线性方程组全部解的又一个一般方法——求其对应的齐次线性方程组的一个基础解系及其一个特解的方法。

### 3. 教学重点难点：

教学重点：线性方程组解的结构、齐次线性方程组解的性质、基础解系、通解的求法、非齐次线性方程组解的性质、特解、通解的求法。

教学难点：齐次线性方程组通解的求法、非齐次线性方程组通解的求法。

### 4. 教学建议：

基础解系的求法，线性方程的解作重点讲解。

## 第五章、相似矩阵及二次型

### 1. 基本内容

5.1 向量的内积、长度、正交性

5.2 特征值与特征向量

5.3 相似矩阵

5.4 二次型及其标准形

### 2. 教学基本要求

(1)掌握向量的内积、长度、正交等概念，能用施密特（Schmidt）正交化法——把线性无关向量组正交单位化的一般方法——化为正交单位向量组；

(2)掌握相似矩阵、矩阵的特征值与特征向量等概念，能熟练运用特征值与特征向量的一般求法求矩阵的全部特征值及其全部特征向量；

(3)掌握实矩阵的对角化的概念，能熟练运用判定实矩阵相似于对角阵的一般方法判定一个实矩阵能否相似于一个对角矩阵；在相似时，能正确求出所相似于的对角矩阵及其可逆变换矩阵；

(4)掌握实对称矩阵一定正交相似于对角阵的定理，能熟练运用判定实对称矩阵正交相似于对角阵的一般方法，找出使实对称矩阵正交相似于对角阵的正交矩阵；

(5)掌握二次型及其矩阵表示，了解二次型的秩的概念；

(6)掌握实二次型标准形式及其求法；了解惯性定理（对定理的证明不作要求）和实二次型的规范形；

(7)掌握正定二次型、正定矩阵的概念及它们的判别法，会判断二次型的正定性。

### 3. 教学重点难点：

教学重点：向量的内积、正交化方法、正交阵的性质、特征值、特征向量的求法、求相似阵与变换阵的方法、求标准实二次型的方法、判别正定二次型与正定阵的方法。

教学难点：正交向量及其性质、正交化方法、正交阵的判别、求标准实二次型的方法、判别正定二次型与正定阵的方法。

### 4. 教学建议：

相似矩阵与正交矩阵的区别，对角化针对的是实对称矩阵，明确指出二次型标准形的求法，对正定二次型要讲清概念，并会判断，对于惯性定律只作简单说明。

## 六、课后习题及自学要求

第 1 章习题是教材中习题一及辅助资料中关于矩阵部分的习题。通过自学及练习进一步掌握矩阵的线性运算及其初等变换。

第 2 章习题是教材中习题二及辅助资料中关于行列式部分的习题。通过自学及练习进一步掌握行列式的性质及其计算方法。

第 3 章习题是教材中习题三及辅助资料中关于向量组的线性关系部分的习题。通过自学及练习进一步理解和掌握向量线性相关性的概念及判定方法。

第 4 章习题是教材中习题四及辅助资料中关于线性方程组部分的习题。通过自学及练习进一步掌握线性方程组解的判定及其求解方法。

第 5 章习题是教材中习题五及辅助资料中关于矩阵对角化部分的习题。通过自学及练习进一步掌握求矩阵特征值、特征向量的方法和把实对称矩阵对角化的方法。

第 6 章习题是教材中习题六及辅助资料中关于二次型部分的习题。通过自学及练习进一步掌握二次型的概念及判定二次型正定的方

法。

## 七、课程教学基本要求

课堂教学：采取黑板讲授和多媒体演示相结合的方法。重要定理、例题要以黑板书写为主，抽象概念要尽量通过多媒体直观演示。

作业：采用练习册，每章习题必做。定期收取学生作业，至少批改任课班级学生总数的二分之一，并且每次给出作业成绩，可按 A, B, C, D 等分类。

成绩考核：最后总评成绩按期终考试成绩占 70%，平时成绩(包括出勤、作业、回答问题等)占 30%计算。

## 八、推荐教材和教学参考书

### 教材：

1. 线性代数简明教程，方小娟、王敏、侯仁民，科学出版社，2005 年.

2. 线性代数，同济大学，高等教育出版社，1999 年. 第三版.

### 参考书：

1. 高等代数，北京大学，高等教育出版社，1988 年. 第三版.

2. 线性代数及应用，谢国瑞，高等教育出版社，1999 年.

3. 线性代数，吴赣昌，人民大学出版社，2006 年.

4. 大学数学教程，韩旭里，科学出版社，2004 年.